

Bases y Dimension

por Maria Camila Velasco P.

Dan:

Sea:

$S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$, donde :

$$\begin{array}{ll} \mathbf{v}_1 = (1, 2, 2) & \mathbf{v}_2 = (3, 2, 1) \\ \mathbf{v}_3 = (11, 10, 7) & \mathbf{v}_4 = (7, 6, 4) \end{array}$$

Piden:

Determinar la base para el subespacio de \mathbb{R}^3 , $W = \text{gen } S$.

¿Cuál es la dim W ?

Plan:

Multiplicar por un escalar a .

Sumar los vectores ya multiplicados por el escalar.

Hacer Reducción de Matrices.

Solución:

a_1, a_2, a_3, a_4

$$\begin{array}{ll} a_1(1, 2, 2) = (a_1, 2a_1, 2a_1) & a_3(11, 10, 7) = (11a_3, 10a_3, 7a_3) \\ a_2(3, 2, 1) = (3a_2, 2a_2, a_2) & a_4(7, 6, 4) = (7a_4, 6a_4, 4a_4) \end{array}$$

$$(0, 0, 0) = (a_1 + 3a_2 + 11a_3 + 7a_4, 2a_1 + 2a_2 + 10a_3 + 6a_4, 2a_1 + a_2 + 7a_3 + 4a_4)$$

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 11 & 7 & 0 \\ 1 & 2 & 10 & 6 & 0 \\ 2 & 1 & 7 & 4 & 0 \end{array} \right) &\rightarrow \left(\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 11 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & 5 & 3 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 2 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 11 & 7 & 0 \\ 0 & -2 & -6 & -4 & 0 \\ 0 & -2 & -\frac{15}{2} & -5 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 11 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{15}{4} & \frac{5}{2} & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 11 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{15}{2} & 0 \end{array} \right) \\ &\rightarrow \left(\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 11 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{2} & 0 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Son bases cuando aparecen unos principales.

Respuesta:

$\{v_1, v_2\} \rightarrow$ Bases

$W = 2 \rightarrow$ Dim.

Bibliografia:

Algebra Lineal (octava edicion) . Bernard Kolman - David R. Hill

Pagina 314, ejercicio 11